

Examen ICAI Matemáticas

Nivel 3

Academia Ítaca

Ejercicio 1.

Dada la matriz A, ¿para qué valores del parámetro real k la matriz no tiene inversa?

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

Opciones:

A) $k = 1$

B) $k = -2$

C) $k = 1$ o $k = -2$

D) La matriz siempre tiene inversa

Ejercicio 2.

Calcule los valores de los parámetros a y b para que la siguiente función sea continua y derivable en todo su dominio:

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \sin(x) + b & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - ax + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Opciones:

A) $a = 1, b = 1$

- B) $a = 0, b = 1$
C) $a = 0, b = 0$
D) $a = -1, b = 1$

Ejercicio 3.

Calcular el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x}{x^2 + 1} \right)^{2x}$$

Opciones:

- A) e^3
B) e^6
C) 1
D) $+\infty$

Ejercicio 4.

Resuelva la siguiente integral indefinida:

$$\int x \sqrt{x^2 + 9} dx$$

Opciones:

- A) $(x^2 + 9)^{\frac{3}{2}} + C$
B) $\frac{1}{3}(x^2 + 9)^{\frac{3}{2}} + C$
C) $\frac{2}{3}(x^2 + 9)^{\frac{3}{2}} + C$
D) $\frac{x^2}{2} \sqrt{x^2 + 9} + C$

Ejercicio 5.

Una fábrica de componentes electrónicos tiene dos máquinas, A y B. La máquina A produce el 60 % del total de componentes, con una tasa de defectos del 2 %. La máquina B produce el 40 % restante, con una tasa de defectos del 3 %. Si se elige un componente al azar y resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A?

Opciones:

- A) 0.012
- B) 0.024
- C) 0.5
- D) 0.6

Ejercicio 6.

Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x \cdot e^{1-x^2}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Opciones:

- A) $y = -x + 2$
- B) $y = x$
- C) $y = -2x + 3$
- D) $y = e$

Ejercicio 7.

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente de un parámetro real k :

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = k^2 \end{cases}$$

¿Para qué valor de k el sistema es compatible indeterminado?

Opciones:

- A) $k = -2$
- B) $k = 0$
- C) Para ningún valor de k .
- D) $k = 1$

Ejercicio 8.

Calcule el valor de la siguiente integral definida:

$$I = \int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$$

Opciones:

- A) $3 \ln(2)$
- B) El valor de la integral es 1.
- C) $\frac{1}{3} \ln(2)$
- D) $\ln(2)$

Ejercicio 9.

Determine el dominio de la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 5}}$$

Opciones:

A) $(-\infty, -2] \cup [2, 5)$

B) $[-2, 2] \cup (5, +\infty)$

C) $[-2, 2] \cup [5, +\infty)$

D) $(-\infty, -2) \cup (2, 5)$

Ejercicio 10.

Una fábrica de dispositivos electrónicos dispone de dos máquinas, M1 y M2, para producir un tipo de chip. La máquina M1 produce el 60 % del total de chips, mientras que M2 produce el 40 % restante. Se sabe que el porcentaje de chips defectuosos producidos por M1 es del 5 %, y el de M2 es del 8 %. Si se escoge un chip al azar de la producción total y resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina M1?

Opciones:

A) $\frac{16}{31}$

B) 0,05

C) 0,062

D) $\frac{15}{31}$